

Örnek

a bir tamsayı olmak üzere

$$\frac{3a + 5}{7}$$

kesri basit kesir ise a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Çözüm

$$\frac{3a + 5}{7} \text{ basit kesir ise}$$

$$-1 < \frac{3a + 5}{7} < 1 \Rightarrow -7 < 3a + 5 < 7$$

$$-12 < 3a < 2 \Rightarrow -4 < a < \frac{2}{3} \text{ dir.}$$

a'nın alabileceği değerler toplamı

$$-3 - 2 - 1 + 0 = -6 \text{ bulunur.}$$

Bileşik kesir

Payı paydasından mutlak değerce büyük veya eşit olan kesirlere denir. $\frac{a}{b}$ bileşik kesir ise $|a| \geq |b|$ $\frac{a}{b} \geq 1$ veya $\frac{a}{b} \leq -1$ olur.

Bilgi Kutusu

Her tamsayı paydası 1 olan bir rasyonel sayıdır. $\frac{3}{1}$, $\frac{-2}{1}$ gibi.

Örnek

$$\frac{3 - x}{5}$$

kesri bileşik kesir ise x'in değer aralığı nedir?

Çözüm

$$\frac{3 - x}{5} \geq 1 \Rightarrow 3 - x \geq 5 \Rightarrow x \leq -2 \text{ veya}$$

$$\frac{3 - x}{5} \leq -1 \Rightarrow 3 - x \leq -5 \Rightarrow x \geq 8$$

O halde x'in değer aralığı $(-\infty, -2] \cup [8, \infty)$ dur.

Örnek

Değeri $\frac{5}{7}$ olan bir kesrin payına 5, paydasına 9 eklendiğinde değeri $\frac{2}{3}$ oluyor.

Buna göre ilk kesrin pay ve paydasının toplamı kaçtır?

Çözüm

$k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere kesir $\frac{5k}{7k}$ şeklindedir.

$$\frac{5k + 5}{7k + 9} = \frac{2}{3} \Rightarrow 15k + 15 = 14k + 18$$

$$k = 3 \text{ dür.}$$

$$\text{O halde ilk kesir } \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{15}{21} \text{ olup}$$

$$15 + 21 = 36 \text{ bulunur.}$$

Tamsayı Kesir

$\frac{a}{b}$ bileşik kesrinin $c\frac{k}{b}$ şeklinde yazılmasına **tamsayı kesir** denir. ($a, b, c \in \mathbb{Z}$, $0 \leq k < b$)

$$\frac{a}{b} = c\frac{k}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = c + \frac{k}{b} \text{ şeklinde yazılır.}$$

Örnek

$$\frac{37}{7}$$

kesrini tamsayı kesir olarak yazınız.

Çözüm

$$\frac{37}{7} = 5\frac{2}{7} = 5 + \frac{2}{7}$$

Örnek

$$\frac{41}{15} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}}$$

$a + b + c + d + e$ toplamı kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{41}{15} &= 2 + \frac{11}{15} = 2 + \frac{1}{\frac{15}{11}} \\ &= 2 + \frac{1}{1 + \frac{4}{11}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{11}{4}}} \\ &= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{3}{4}}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{4}{3}}}} \\ &= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}} \end{aligned}$$

şeklinde yazılırsa

$$a = 2, b = 1, c = 2, d = 1, e = 3 \text{ olur.}$$

$$a + b + c + d + e = 9 \text{ bulunur.}$$

Örnek

$$3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{\ddots}}} + x = 6$$

eşitliği sağlayan x kaçtır?

Çözüm

$$3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{\ddots}}} = y \text{ diyelim}$$

$$\boxed{3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{\ddots}}} \rightarrow y \text{ olur.}$$

$$3 + \frac{4}{y} = y \Rightarrow 3y + 4 = y^2 \Rightarrow y^2 - 3y - 4 = 0$$

$$(y - 4)(y + 1) = 0 \quad y = 4 \text{ ve } y = -1 \text{ olur.}$$

Sonsuz kesrin değeri 3 ten büyük olacağından 4 dür.

$$O \text{ halde } 4 + x = 6 \Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

ONDALIK SAYILAR

$\frac{a}{b}$ rasyonel sayısında payın paydaya kalansız bölümünden elde edilen bölüme ondalık sayı denir.

Örnek: $\frac{5}{10} = 0,5$, $\frac{103}{100} = 1,03$, $\frac{4072}{1000} = 4,072$

$$\frac{4}{9} = 0,4\bar{4} \quad , \quad \frac{17}{90} = 0,1\bar{8}$$

Devirli Ondalık Sayılar

$\frac{a}{b}$ rasyonel sayısının değeri belli bir rakamdan sonra sonsuza kadar tekrar ediyorsa (paydası 10 nun kuvvetleri şeklinde yazılamıyorsa) bu sayıya **devirli ondalık sayı** denir, devreden kısım üzerine çizgi çizilerek belirtilir.

Bilgi Kutusu

Paydası 10 un kuvvetleri şeklinde yazılabilen kesirlerin değerine devirsiz ondalık sayı, paydası 10 un kuvvetleri şeklinde yazılamayan kesirlerin değerine devirli ondalık sayı denir.

Örnek: $0,4777 \dots = 0,4\bar{7}$
 $7,191919 \dots = 7,1\bar{9}$
 $2,3430430430\dots = 2,3\overline{430}$

Devirli Ondalık Sayının Rasyonel Sayıya Dönüştürülmesi

$$\begin{aligned} a,\overline{abcd} &= \frac{(abcd) - (ab)}{990} \\ &= \frac{\text{sayının tamamı} - \text{devretmeyen kısım}}{\text{virgülden sonraki devreden basamak sayısı kadar 9, devretmeyen basamak sayısı kadar 0}} \end{aligned}$$

Örnek: $0,39\bar{7} = \frac{397 - 39}{900} = \frac{358}{900}$
 $13,5\bar{7} = \frac{1357 - 13}{99} = \frac{1344}{99}$

III. GERÇEK (REEL) SAYILAR

Sayılar konusu deyince aklımıza doğal sayılar, sonra bu sayı kümesini genişleterek tamsayılar ve tamsayılar kümesini genişleterek rasyonel sayılar gelir.

Herhangi iki rasyonel sayı arasına sonsuz çoklukta başka rasyonel sayılar yerleştirilebileceğini, bu nedenle rasyonel sayılar kümesinin sonsuz çoklukta olduğunu ifade ederiz.

Bu nedenle rasyonel sayılar kümesi sayı doğrusunun bütün noktalarını doldurulabilir diye düşünülebiliriz. Bu mümkün değildir.

İRRASYONEL SAYILAR

$a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, \frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılara

irrasyonel sayı denir.

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi...$ gibi ve bu sayıların kümesi \mathbb{Q}^I ile gösterilir.

$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^I = \mathbb{R}$ dir.

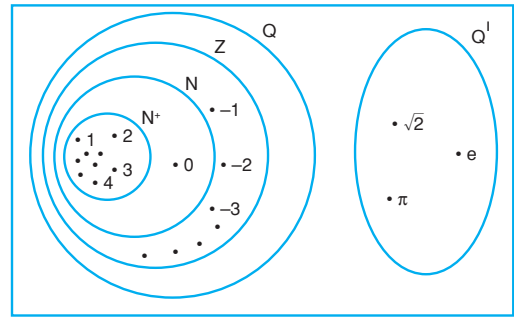
\mathbb{R} ye gerçekte sayılar kümesi denir.

$\mathbb{N}^+ \cup \mathbb{N}^- \cup \mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} \cup \mathbb{R}$ dir.

Ayrıca;

\mathbb{R}^+ : Pozitif gerçekte sayılar kümesi,

\mathbb{R}^- : Negatif gerçekte sayılar kümesi biçimindedir.



UYARI

- Her gerçekte sayının bir ondalık açılımı vardır.
- Rasyonel sayıların ondalık açılımları devirli veya devirsiz ondalık sayılardır.

$$\frac{2}{5} = 0,4 \quad \frac{2}{3} = 0,\bar{6}$$

- İrrasyonel sayıların ondalık açılımları devirsiz ancak sonsuz basamaklıdır.

$$\sqrt{2} = 1,41421356237...$$

Sizde hesap makinasında $\sqrt{5}$ sayısının eşitini bulunuz.

1. a, b, c sıfırdan ve birbirinden farklı rakamlar olmak üzere
 $2a - 8b + 7c$ ifadesinin alabileceği en küçük ve en büyük değerlerin toplamı kaçtır?
 A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18
2. a, b, c pozitif tamsayılar
 $a.b = 12$, $a.c = 18$ ve $b.c = 54$ ise
 $a + b + c$ kaçtır?
 A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18
3. a, b, c pozitif tamsayılar
 $a^2 - (b + c)^2 = 19$ dur.
 $b < c < a$ ise b nin en büyük değeri kaçtır?
 A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
4. Birbirinden farklı üç basamaklı 3 doğal sayının toplamı 2440 ise bu sayıların en küçüğü en az kaç olabilir?
 A) 435 B) 440 C) 443 D) 450 E) 451
5. a, b, c doğal sayılar olmak üzere $a < b < c$ dir.
 $a + b + c = 111$ ise
 a nın en büyük değeri kaçtır?
 A) 39 B) 38 C) 37 D) 36 E) 35
6. a, b ve c rakamları farklı iki basamaklı üç doğal sayıdır.
 $a - b + c = 116$ ise
 a nın en küçük değeri kaçtır?
 A) 28 B) 34 C) 38 D) 43 E) 46
7. a ve b sayma sayıları olmak üzere
 $a - b = 27$ ise
 a . b nın en küçük değeri kaçtır?
 A) 27 B) 28 C) 29 D) 30 E) 31
8. $x, y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere
 $2x + 5y = 105$ ise
 $5x + 2y$ toplamının en küçük değeri kaçtır?
 A) 40 B) 63 C) 84 D) 91 E) 105

9. x ve y asal sayılar olmak üzere $(6x - y)$ ile $(x + y)$ aralarında asal iki sayıdır. $(6x - y)(x + y) = 45$ ise y nin en büyük değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10. Aşağıdakilerden hangisi 990 ile aralarında asaldır?

A) 14 B) 21 C) 35 D) 49 E) 77

11. $\left(2 + \frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right)\left(2 - \frac{12}{11}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 2 E) $\frac{7}{4}$

12. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -4 B) $-\frac{7}{3}$ C) $-\frac{4}{15}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{3}{10}$

13. $\frac{3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{5}{13} = A$ ise $\frac{11}{7} + \frac{7}{11} + \frac{21}{13}$

toplamının A cinsinden eşiti nedir?

A) $A+1$ B) $A+5$ C) $A-3$
D) $4-A$ E) $5-A$

14. x bir doğal sayı, y bir tamsayı ve

$$x(y - 3) - 7 = y$$

x in alabileceği kaç farklı değer vardır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

15. $x = 0,\overline{143}$, $y = 0,\overline{143}$, $z = 0,14\overline{3}$ ise

x, y, z sayıları arasındaki sıralama nasıldır?

A) $y - x < z$ B) $z < x < y$
C) $z < y < x$ D) $x < z < y$
E) $x < y < z$

1. En küçük değer için:

İşareti (+) olanlara en küçük, işareti (-) olanlara en büyük değeri vermek gerekir. Ayrıca katsayısı büyük olana daha küçük değer vermek gerekir. O halde $b = 9$, $c = 1$ ve $a = 2$ alırsak

$$2a - 8b + 7c = -61 \text{ bulunur.}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 9 & 1 \end{array}$$

En büyük değer için:

İşareti (+) olanlara en büyük (katsayısı büyük olana daha büyük) ve işareti (-) olana en küçük değer vermek gerekir. O halde

$$b = 1, c = 9, a = 8 \text{ alırsak}$$

$$2a - 8b + 7c = 71 \text{ bulunur.}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 8 & 1 & 9 \end{array}$$

Yanıt: $71 - 61 = 10$ dur.

YANIT A

2. İlk iki eşitlikte a sayısı 12 ile 18 in ortak bölenidir.

$$a = 6 \text{ ise } b = 2 \text{ } c = 3 \text{ olur } b.c = 6 \neq 54$$

$$a = 3 \text{ ise } b = 4 \text{ } c = 6 \text{ olur } b.c = 24 \neq 54$$

$$a = 2 \text{ ise } b = 6 \text{ } c = 9 \text{ olur } b.c = 54$$

olduğundan $a + b + c = 17$ bulunur.

YANIT D

3. İki kare farkından çarpanlara ayırırsak

$$(a + b + c)(a - b - c) = 19 \text{ ise}$$

$$a + b + c = 19$$

$$a - b - c = 1 \text{ olur.}$$

Taraf tarafa toplarsak $a = 10$ bulunur.

O zaman $b + c = 9$ dur.

b nin en büyük değeri 4 olur.

YANIT B

4. En küçüküğünün en az olabilmesi için diğer ikisinin en büyük olması gerekir.

$$999 + 998 = 1997 \text{ (Sayılar farklı)}$$

$$2440 - 1997 = 443 \text{ bulunur.}$$

YANIT C

5. En küçük sayının en büyük olması istendiğinden b ve c nin en küçük olması gerekir. O halde a, b, c nin mümkün olduğu kadar birbirine yakın olması, olabiliyorsa ardışık olmaları gerekir.

Ardışıklarsa; $a, a + 1, a + 2$ dir.

$$a + b + c = a + a + 1 + a + 2 \Rightarrow 3a + 3 = 111$$

$$a = 36 \text{ bulunur.}$$

Sayılar 36, 37, 38 dir.

YANIT D

6. $a + c = b + 116$ 'dır. a 'nın en küçük olması için b 'nin en küçük olması gerekir. $b = 10$ ise $a + c = 126$ 'dir. Şimdi de c 'nin en büyük olması gerekir. $c = 98$ ise $a = 98 = 126 - 98 = 28$ bulunur.

YANIT A

7. $a - b = 27$ ise $a = b + 27$ denkleminde $b = 1$ ise $a = 28$ 'dir. $a \cdot b = 28$ bulunur.

YANIT B

8. $2x + 5y = 105$ ise

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 5 & 19 \end{array}$$

$$10 \quad 17$$

$$15 \quad 15$$

$$20 \quad 13$$

$$\dots \quad \dots$$

50 1 değerleri bulunur.

$$x = 5 \text{ ve } y = 19 \text{ için } 5x + 2y = 25 + 38 = 63$$

YANIT B

9. 45 in aralarında asal çarpanları 1 ile 45 ve 5 ile 9 dur.

$$\left. \begin{array}{l} 6x - y = 9 \\ x + y = 5 \end{array} \right\} \text{ ise } \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 3 \text{ bulunur.} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 6x - y = 5 \\ x + y = 9 \end{array} \right\} \text{ ise } \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 7 \text{ bulunur.} \end{array}$$

y nin en büyük değeri 7 dir.

1 ve 45 olamaz. Neden?

YANIT E

$$\begin{array}{r} 990 \mid 2 \\ 495 \mid 3 \\ 165 \mid 3 \\ 55 \mid 5 \\ 11 \mid 11 \\ 1 \mid \end{array}$$

$$990 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$$

- A) 2.7 B) 3.7 C) 5.7 D) 7.7 E) 11.7
olduğundan 49 ile 990 un ortak çarpanı yoktur. O halde aralarında asaldır.

YANIT D

$$11. \left(2 + \frac{3}{4}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) \left(2 - \frac{12}{11}\right) =$$

$$\left(\frac{8+3}{4}\right) \cdot \left(\frac{5-4}{10}\right) \cdot \left(\frac{22-12}{11}\right) = \frac{11}{4} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{10}{11} = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

YANIT A

$$12. \left(\frac{1}{\frac{2}{3}} + \frac{1}{\frac{3}{2}} - \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{2}{\frac{3}{4}} - \frac{4}{\frac{3}{2}}\right) =$$

$$\left(\frac{3+2-1}{6}\right) : \left(\frac{2}{3} : 4 - 4 : \frac{3}{2}\right) =$$

$$\frac{4}{6} : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{2}{3}\right) =$$

$$\frac{4}{6} : \left(\frac{1}{6} - \frac{8}{3}\right) = \frac{2}{3} : \frac{1-16}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{-15} = -\frac{4}{15} \text{ bulunur.}$$

YANIT C

13. Sorulan ifadenin değerine x diyelim

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{5}{13} = A$$

$$\frac{11}{7} + \frac{7}{11} + \frac{21}{13} = x \text{ eşitliklerini taraf tarafa toplarsak}$$

$$\frac{14}{7} + \frac{11}{11} + \frac{26}{13} = A + x \Rightarrow$$

$$2 + 1 + 2 = A + x \Rightarrow x = 5 - A \text{ bulunur.}$$

YANIT E

14. $x(y - 3) - 7 = y \Rightarrow x(y - 3) = y + 7$

$$x = \frac{y+7}{y-3} \Rightarrow x = 1 + \frac{10}{y-3}$$

x in doğal sayı olabilmesi için

$y - 3 : +1, +2, +5, \pm 10$ olabilir.

$$y - 3 = 1 \Rightarrow x = 11$$

$$y - 3 = 2 \Rightarrow x = 6$$

$$y - 3 = 5 \Rightarrow x = 3$$

$$y - 3 = 10 \Rightarrow x = 2 \quad y - 3 = -10 \Rightarrow x = 0 \in \mathbb{N}$$

O halde x in alabileceği 5 farklı değer vardır.

YANIT A

$$15. \begin{array}{l} x = 0, 1, 4, 3, 1 \dots \\ y = 0, 1, 4, 3, 4 \dots \\ z = 0, 1, 4, 3, 3 \dots \end{array}$$

aynı

$$1 < 3 < 4 \\ x < z < y \text{ bulunur.}$$

YANIT D

1. $a \in \mathbb{Z}^+$ ise aşağıdakilerden hangisi daima tek sayıdır?

A) $a^7 + 3a + 2$ B) $a^4 + a + 5$ C) $a^2 + 17$
 D) $\frac{a^2 + a}{2}$ E) $a^2 - a + 4$

2. a pozitif çift tam sayı olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi daima çift sayıdır?

A) $a^2 + 3$ B) $a^2 + a - 1$ C) $\frac{a}{2} + 1$
 D) $2a + 3$ E) $a^2 - a$

3. a ve b birer tek doğal sayı olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle bir çift sayıdır?

A) $a \cdot b + 2$ B) a^b C) $\frac{a + b}{2}$
 D) $(a \cdot b)^a + 1$ E) $(2 \cdot a + 1)(a \cdot b)$

4. a, b, c tamsayılar olmak üzere

$$\frac{a \cdot b + 7}{4} = c \text{ ise}$$

aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) c tek sayıdır.
 B) c çift sayıdır.
 C) a çift sayıdır.
 D) b tek sayıdır.
 E) a ve b tek sayıdır.

5. a, b ve c ardışık pozitif çift sayılardır.
 $a > b > c$ ise

$$\frac{2a + 3c - 4b}{a - b + c - 2} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

6. a, b, c ardışık çift sayılardır.

$$\frac{b - c}{c - a} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 2 E) 4

7. $3n - 1$ ve $4n + 2$ ardışık çift tamsayılar ise bu sayıların toplamı en çok kaçtır?

- A) -34 B) -6 C) 6 D) 8 E) 34

8. Ardışık beş çift sayının toplamı x ise en büyükünün eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x - 10}{5}$ B) $\frac{x + 5}{5}$ C) $\frac{x + 10}{5}$
 D) $\frac{x + 20}{5}$ E) $\frac{x + 25}{5}$

9. a, b ve c birbirinden farklı rakamlar ise $3a + 5b - 7c$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) -52 B) -55 C) -58 D) -60 E) -63

10. x ve y birbirinden farklı doğal sayılar olmak üzere,
 $x \cdot y = 72$ ise
 $x + y$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?
 A) 27 B) 24 C) 22 D) 18 E) 17
11. a ve b doğal sayılar olmak üzere
 $a + b = 13$ ise $a \cdot b$ nın en büyük değeri kaçtır?
 A) 13 B) 30 C) 36 D) 40 E) 42
12. $4x + 3y = 27$
 koşulunu sağlayan (xy) iki basamaklı doğal sayılarının toplamı kaçtır?
 A) 96 B) 87 C) 79 D) 64 E) 59
13. (abc) üç basamaklı doğal sayıdır.
 $2a = 3b$ ve $5b = 6c$ ise
 $a + b + c$ toplamı kaçtır?
 A) 12 B) 14 C) 15 D) 18 E) 20
14. $x < 0 < y$ ve $x, y \in \mathbb{Z}$ olmak üzere
 $2x - 3y$ ifadesinin en büyük tamsayı değeri kaçtır?
 A) -6 B) -5 C) -3 D) 0 E) 2

15. $x, y \in \mathbb{Z}$ olmak üzere
 $x^2 + y^2 = 10$ eşitliğini sağlayan kaç farklı (x, y) ikilisi vardır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8
16. $A = \frac{13 \cdot 15 \cdot 17}{2}$ ise
 $\frac{26 \cdot 45 \cdot 34}{8}$ in A türünden ifadesi aşağıdaki-
 lerden hangisidir?
 A) $3 \cdot A$ B) $2 \cdot A$ C) A
 D) $\frac{A}{2}$ E) $\frac{A}{3}$
17. $16 + 32 + 48 + \dots + 320$
 toplamı kaçtır?
 A) 3320 B) 3340 C) 3360
 D) 3370 E) 3380
18. $1 - 3 + 2 - 4 + 3 - 5 + \dots + 21 = A$ ise
 A kaçtır?
 A) -23 B) -21 C) -19 D) -17 E) -15

1. x ve y asal sayılar

$$(x + 1)(y - 2) = 36 \text{ ise}$$

$x + y$ nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

2. $x, y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$$x^2 - y^2 = 41 \text{ olduğuna göre}$$

$2x - 3y$ kaçtır?

- A) 16 B) 11 C) 1 D) -4 E) -18

3. I. En küçük asal sayı 1 dir.
II. En küçük asal sayı 2 dir.
III. Herhangi bir asal sayının pozitif tam bölenlerinin sayısı 2 dir.
IV. İki doğal sayı kendileri asal olmadıkları halde aralarında asal olabilir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) II ve III C) I, II ve III
D) II, III ve IV E) I, II, III ve IV

4. a ve b aralarında asal iki doğal sayı ve

$$a.b = 24 \text{ ise}$$

$a + b$ nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

5. a ve b aralarında asal iki doğal sayı ve

$$a + b = 21 \text{ ise}$$

$a.b$ nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

6. 1078 sayısının kaç tane asal çarpanı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. $2a - b$ ile $3a + b$ aralarında asal sayılar olmak üzere

$$\frac{2a - b}{3a + b} = \frac{12}{33} \text{ ise}$$

$a.b$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

8. a ve b aralarında asal sayılar olmak üzere

$$\frac{3a + 5b}{8a - 3b} = \frac{3}{5} \text{ ise}$$

$a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 27 B) 33 C) 37 D) 41 E) 43

9. 50 den küçük, 12 ile aralarında asal olan kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

10. a, b ve c diğer asal sayıların toplamı olarak yazılmayan üç asal sayıdır.

Buna göre a.b.c çarpımı en az kaçtır?

- A) 42 B) 49 C) 56 D) 66 E) 114

11. $2m - 3$ ile $10m - 15$ sayıları aralarında asal ise aşağıdakilerden hangisi bir asal sayıdır?

- A) $m + 1$ B) $m - 1$ C) $2m$
D) $m + 4$ E) $m + 7$

12. a, b, c birbirinden farklı asal sayılardır.

$$a^{b-c} = 13 \text{ olduğuna göre}$$

a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

13. x, y, z asal sayılar olmak üzere

$$A = 11 + 22 + 33 + \dots + 99 \text{ ve}$$

$$A = x \cdot y \cdot z^2 \text{ olduğuna göre}$$

x + y + z kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 19 E) 20

14. (ab) rakamları birbirinden farklı asal sayılar olan iki basamaklı bir çift sayıdır. $A = a^2 \cdot b^3$ şeklinde yazılan

en büyük A sayısı kaçtır?

- A) 2744 B) 2242 C) 1568
D) 784 E) 392

15. $3 \cdot 13 \cdot 32 \cdot 125 \cdot 35 \cdot 75 \cdot 20$

sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

16. $A = 2^{n+2} \cdot 5^{n+1} \cdot 15$

şeklinde yazılabilen A sayısı 11 basamaklı bir sayı ise n kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

17. $16^{4x+1} \cdot 5^{16x}$

sayısı 98 basamaklı bir sayı ise x kaçtır?

- A) 16 B) 12 C) 9 D) 8 E) 6

18. $(125 \cdot 80 \cdot 20 \cdot 12)^5 - 1$

işlemi yapıldığında sondan kaç basamağında 9 bulunur?

- A) 14 B) 15 C) 20 D) 24 E) 25

1. $x \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere $\frac{2x-1}{x+1}$ ifadesi basit kesir ise bu kesir aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

2. $\frac{2x-3}{3x+1}$ kesrinin pozitif değerli bir bileşik kesir olabilmesi için x in alabileceği en büyük negatif tamsayı kaçtır?

A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

3. $\frac{2x+1}{3x+1}$ kesrini basit, $\frac{5x-1}{4x-2}$ kesrini bileşik kesir yapan en küçük pozitif x tamsayısı için

$\frac{4x-3}{2x+1}$ kesrinin eşiti kaçtır?

A) -3 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 3 E) 4

4. $\frac{x+9}{2} + \frac{x-2}{4}$

ifadesini basit kesir yapan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

A) -15 B) -11 C) -6 D) -3 E) -1

5. $\frac{8-4x-m}{6x+8+m}$

kesrinin değeri bir gerçekte sayı olduğuna göre m kaçtır?

A) 40 B) 34 C) 30 D) 26 E) 20

6. $\frac{3}{4} - \frac{3}{5}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) $3\frac{1}{5}$ C) $3\frac{2}{5}$
D) $3\frac{3}{5}$ E) $3\frac{4}{5}$

7. $\frac{2}{3} - \frac{2}{3} : \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $-\frac{1}{8}$
D) $-\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{2}$

8. $8 : \left[4 \cdot \frac{2}{3} - 1 \frac{2}{5} : \left(-3 + \frac{1}{5} \right) + \frac{5}{6} \right]$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{6}{7}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{8}{15}$

9. $\frac{4}{5} : \left[\frac{8}{5} : \left(2 + \frac{2}{3} \right) - \frac{1}{5} \cdot 7 \right]$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{3}{5}$ D) -1 E) -2

$$10. \frac{\left(3 + \frac{1}{2}\right) - \left(3 - \frac{1}{2}\right)}{\left(2 + \frac{3}{4}\right) + \left(3 - \frac{7}{4}\right)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

$$11. \frac{\left(1 + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{3} - 1\right)}{1 - \frac{1}{\frac{1}{2} - 1}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

$$12. \left(194\frac{5}{19} - 187\frac{5}{19}\right) \cdot \left(11 - \frac{1}{7}\right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 69 B) 76 C) 83 D) 91 E) 102

$$13. \frac{4}{7} - \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{12}{7} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{9}{5} : \frac{3}{10} \right) \right]$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

14. x, y ve z pozitif tamsayılar olmak üzere

$$\frac{23}{13} = 1 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} \text{ ise}$$

x.y.z kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

$$15. \frac{2}{1 + \frac{2}{3 - \frac{1}{x-1}}} = 1$$

eşitliğini sağlayan x kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 5

$$16. 8 - \frac{8 - x}{8} = 7$$

eşitliğini sağlayan x kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

$$17. \frac{12}{x + \frac{12}{x + \frac{12}{x + \dots}}} = 3$$

eşitliğini sağlayan x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$$18. 3 - \frac{4}{3 + \frac{2}{3 - \frac{4}{3 + \frac{2}{\ddots}}}}$$

kesrinin değeri kaç olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$1. \quad \frac{\frac{3}{2} + \frac{4}{3}}{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) 3

2017 - YGS

2. A ve B sıfırdan farklı rakamlar olmak üzere,

$$\begin{array}{r} AB8 \\ - \quad AB \\ \hline 49B \end{array}$$

olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

2017 - YGS

3. a ve b birer tam sayı olmak üzere,

$$a^2 + ab + a + b$$

sayısının tek sayı olduğu biliniyor.

Buna göre,

- I. a
II. a + b
III. ab

sayılarından hangileri çift sayıdır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

2017 - YGS

$$4. \quad \frac{5 - \frac{25}{9}}{\frac{2}{3}} - \frac{1}{3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2017 - LYS

5. $\frac{x}{y}$, x - y ve x sayıları küçükten büyüğe doğru sıralanmış ardışık üç çift tam sayıdır.

Buna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

2017 - LYS

$$6. \quad \begin{array}{r} m \quad | \quad 3 \\ \hline \quad \quad | \quad \quad \end{array} \quad \begin{array}{r} 45 \quad | \quad m \\ \hline \quad \quad | \quad \quad \end{array}$$

bölme işlemlerine göre, m pozitif tam sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2017 - LYS

7. $\frac{60^2 \cdot 3}{15^3}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2,4 B) 2,6 C) 2,8 D) 3 E) 3,2

2017 - LYS

8. $\left(\frac{8}{3} - \frac{9}{4}\right)\left(4 + \frac{4}{5}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 1 E) 2

2016 - YGS

9.
$$\begin{array}{r} \text{ACB} \\ + \text{AC} \\ \hline 3\text{BC} \end{array}$$

işlemine göre, A . C çarpımı kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 21

2016 - YGS

10. p bir asal sayı ve n bir doğal sayı olmak üzere,

$$p \cdot n = 3^p$$

eşitliği sağlanıyor.

Buna göre, p + n toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

2016 - YGS

11. x, y ve z birer tam sayı olmak üzere

- x . y çarpımının çift sayı
 - x + z toplamının tek sayı
 - y + z toplamının tek sayı
- olduğu biliniyor.

Buna göre,

- I. x tek sayıdır.
- II. y çift sayıdır.
- III. z tek sayıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

2016 - YGS

12. Ardışık iki ya da üç pozitif tam sayının kareleri toplamına eşit olan sayılara kardışık sayılar denir.

Örnek: $13 = 2^2 + 3^2$

$$14 = 1^2 + 2^2 + 3^2$$

olduğundan 13 ve 14 birer kardışık sayıdır.

Buna göre, aşağıdakilerin hangisi kardışık sayı değildir?

- A) 29 B) 35 C) 41 D) 50 E) 61

2016 - YGS

AKILLI HARİTAM

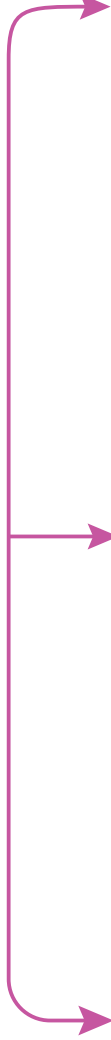
ÜSLÜ SAYILAR

Üslü Denklemler

Özel Kurallar

Tanım

Dört İşlem Kuralları



ÜSLÜ SAYILAR

$a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere n tane a yı çarparak elde edilen a^n ifadesine **üslü sayı** denir. O halde;

$$\underbrace{a.a.a \dots a}_{n \text{ tane}} = a^n \quad a: \text{taban}$$

$$n: \text{üs (kuvvet)}$$

Bilgi Kutusu

$$\underbrace{X + X + \dots + X}_{n \text{ tane}} = nX$$

Örnek:

$$2^3 = 2.2.2 = 8 \quad (-1)^4 = (-1).(-1).(-1).(-1) = 1$$

Örnek:

$$(-5)^2 = (-5)(-5) = 25, \quad -5^2 = -5.5 = -25$$

Bilgi Kutusu

$$n \in \mathbb{Z} \quad \text{ve} \quad a > 0 \quad \text{olmak üzere}$$

$$(-a)^{2n} = a^{2n}, \quad (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$$

Örnek

$$\frac{(-3)^2 - (-3^2)}{(-3)^3} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

Çözüm

$$\frac{(-3)^2 - (-3^2)}{(-3)^3} = \frac{9 - (-9)}{-27} = \frac{18}{-27} = -\frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

Bilgi Kutusu

$$a \neq 0 \text{ için} \quad a^0 = 1 \quad (0^0 \text{ belirsizdir.})$$

$$\forall n \in \mathbb{R} \text{ için} \quad 1^n = 1$$

$$n \in \mathbb{Z} \text{ için} \quad (-1)^{2n} = 1$$

Örnek

$$(x-4)^{x^2-16} = 1$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

Çözüm

Yukarıda verilen bilgiye göre:

I. $x^2 - 16 = 0$ ve $x - 4 \neq 0$ olmalı.

$$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \text{ ve } x = -4$$

bulunur.

Ancak $x \neq 4$ olmalıdır.

II. $x - 4 = 1 \Rightarrow x = 5$

III. $x - 4 = -1$ ise $x^2 - 16$: çift olmalı

$$x - 4 = -1 \Rightarrow x = 3 \text{ bulunur.}$$

$x^2 - 16$ da yerine koyarsak:

$$3^2 - 16 = -7 \text{ olduğundan } x = 3 \text{ olamaz.}$$

Eşitliği sağlayan x değerlerinin toplamı

$$-4 + 5 = 1 \text{ bulunur.}$$

DÖRT İŞLEM ve ÖZELLİKLER

1. Toplama ve Çıkarma

Tabanları ve üsleri aynı olan ifadelerin katsayıları toplanır.

$$ax^n \pm bx^n = (a \pm b)x^n$$

$$2^4 + 2^5 = 2^4 + 2 \cdot 2^4 = 3 \cdot 2^4$$

2. Çarpma

a) Tabanları aynı olan üslü sayıların çarpımında üsler toplanır.

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

Örnek

$$\frac{-(-a)^4 \cdot a^2}{(-a) \cdot (-a)^3 \cdot (-a^2)} \text{ işleminin sonucu nedir?}$$

Çözüm

$$\frac{-(-a)^4 \cdot a^2}{(-a) \cdot (-a)^3 \cdot (-a^2)} = \frac{-a^4 \cdot a^2}{(-a) \cdot (-a^3) \cdot (-a^2)} = \frac{-a^6}{-a^6} = 1 \text{ bulunur.}$$

Kendini Dene

$$-x^2(-x)^2 \cdot (-x^3)^{-5} \text{ işlemin sonucu nedir?}$$

b) Üsleri aynı olan üslü sayıların çarpımında tabanlar çarpılır ortak üs yazılır.

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$

Örnek:

$$3^5 \cdot 2^5 = (3 \cdot 2)^5 = 6^5$$

3. Bölme

a) Tabanları aynı olan üslü sayıların bölümünde payın üssünden paydanın üssü çıkarılır.

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}, (a \neq 0)$$

b) Üsleri aynı olan üslü sayıların bölümünde tabanlar bölünür ortak üs yazılır.

$$\frac{a^x}{a^y} = \left(\frac{a}{b}\right)^x, b \neq 0$$

Örnek

$$\frac{(-21)^5 \cdot 5^3}{(-15)^4} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{(-21)^5 \cdot 5^3}{(-15)^4} &= \frac{-21^5 \cdot 5^3}{15^4} \\ &= \frac{-3^5 \cdot 7^5 \cdot 5^3}{3^4 \cdot 5^4} = -3^{5-4} \cdot 7^5 \cdot 5^{3-4} \\ &= -3 \cdot 7^5 \cdot 5^{-1} = \frac{3}{-5} \cdot 7^5 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

4. Negatif Kuvvet

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad a \neq 0, b \neq 0$$

Örnek

$$\frac{2^3 - (2^{-2}) + (-3)^{-1}}{2^{-1} - 3^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\frac{8 - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - 9} = \frac{8 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3}}{-\frac{17}{2}} = \frac{96 - 3 - 4}{-\frac{17}{2}}$$

$$= \frac{89}{12} \cdot \frac{-2}{17} = -\frac{89}{102} \text{ bulunur.}$$

5. Bir Üslü Sayının Kuvveti

a > 0 ise

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

$$a^{(m^n)} \neq a^{m \cdot n}$$

Örnek

$$(-2^2)^3 : (-2^3)^2 - 2^{(2^3)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$(-2^2)^3 = -2^6 = -64$$

$$(-2^3)^2 = 2^6 = 64, \quad 2^{(2^3)} = 2^8 = 256 \text{ olduğundan}$$

$$(-2^2)^3 : (-2^3)^2 - 2^{(2^3)} = \frac{-64}{64} - 256 = -257 \text{ bulunur.}$$

Örnek

 $10^4 \cdot 28^2 \cdot 125^2$ sayısı kaç basamaklıdır?

Çözüm

$$10^4 \cdot 28^2 \cdot 125^2 = 2^4 \cdot 5^4 \cdot 2^4 \cdot 7^2 \cdot (5^3)^2$$

$$7^2 \cdot 2^8 \cdot 5^{10} = 7^2 \cdot 5^2 \cdot 10^8$$

$$= 49 \cdot 25 \cdot 10^8$$

$$= 1225 \cdot 10^8$$

12 basamaklıdır.

6.

 $a \neq -1, a \neq 0, a \neq 1$ olmak üzere,
 $a^x = a^y$ ise $x = y$ dir.

Örnek

$$5^{x+2} = \left(\frac{1}{25}\right)^{1-3x} \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

Çözüm

$$5^{x+2} = (5^{-2})^{1-3x} \Rightarrow 5^{x+2} = 5^{-2+6x}$$

$$\Rightarrow x + 2 = -2 + 6x$$

$$5x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{5} \text{ bulunur.}$$

Bilgi Kutusu

a ve b aralarında asal sayılar olmak üzere,

$$\left. \begin{array}{l} a^x = b^y \\ a^z = b^t \end{array} \right\} \text{ ise } x \cdot t = z \cdot y \text{ dir.}$$

Örnek

$$4^{2a} = 27, \quad 9^b = 16 \text{ ise}$$

a . b kaçtır?

Çözüm

$$4^{2a} = 27 \Rightarrow 2^{4a} = 3^3$$

$$9^b = 16 \Rightarrow 3^{2b} = 2^4 \text{ dür.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2^{4a} = 3^3 \\ 2^4 = 3^{2b} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4a \cdot 2b = 4 \cdot 3 \\ 2ab = 3 \Rightarrow a \cdot b = \frac{3}{2} \text{ bulunur.} \end{array}$$

7.

$$a^n = b^n \text{ eşitliğinde}$$

- n çift sayı ise $|a| = |b|$ ($n \neq 0$)
- n tek sayı ise $a = b$ dir.

Örnek

$$(2x + 1)^6 = (3x - 2)^6 \text{ ise}$$

x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Çözüm

Kuvvet çift olduğundan

$$|2x + 1| = |3x - 2| \text{ dir. O halde}$$

$$2x + 1 = 3x - 2 \text{ veya } 2x + 1 = -(3x - 2)$$

$$x = 3 \quad \text{veya} \quad x = \frac{1}{5} \text{ dir.}$$

$$3 + \frac{1}{5} = \frac{16}{5} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$$(2x + 3)^7 + (5 - x)^7 = 0$$

eşitliğini sağlayan x kaçtır?

Çözüm

$$(2x + 3)^7 + (5 - x)^7 = 0$$

$$(2x + 3)^7 = - (5 - x)^7 \Rightarrow (2x + 3)^7 = (-5 + x)^7$$

$$2x + 3 = -5 + x \quad x = -8 \text{ bulunur.}$$

8.

$a^n < a^m$ eşitsizliğinde

- $0 < a < 1$ ise $n > m$
- $a > 1$ ise $n < m$ dir.

Örnek

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x+5} < \left(\frac{4}{25}\right)^{1+x}$$

eşitsizliğini sağlayan x değerleri hangi aralıkta bulunur?

Çözüm

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x+5} < \left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^{1+x} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+5} < \left(\frac{2}{5}\right)^{2+2x}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x+5} < \left(\frac{5}{2}\right)^{-2-2x} \Rightarrow 2x+5 < -2-2x$$

$$4x < -7 \Rightarrow x < -\frac{7}{4} \text{ bulunur.}$$

Etkinlik

3

Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

1. $\frac{(-a)^2 \cdot (-a)^3}{(-a^2)^3}$ işleminin sonucu..... dir.
2. $(x-1)^{x^2+2x-3} = 1$ eşitliğini sağlayan x değeri..... dir.
3. $3^{2x} = 25^3$ ise x.y = dir.
 $5^y = 27^3$
4. $2^{3x+1} = \frac{1}{2^{1-x}}$ eşitliğini sağlayan x değeri dir.
5. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} < 3^{1-3x}$ ise x in alabileceği en büyük değer dir.
6. $8^{\sqrt{x}} \cdot 4^{2\sqrt{x}} = 4^7$ ise x = dir.

1. 9 tane 27 nin çarpımı, 27 tane 9 un toplamının kaç katıdır?

A) 3^9 B) 3^{12} C) 3^{16}
D) 3^{18} E) 3^{22}

2. $25^a = 27$, $9^b = 32$ ve $8^c = 625$ ise $a \cdot b \cdot c$ kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 12

3. $21^x = 42$ ise $7^{x-1} \cdot 3^{x+2}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 98 B) 76 C) 63 D) 54 E) 48

4. $m, n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $m = \frac{n}{4}$ ve $m^n = 2^{256}$ ise $m + n$ toplamı kaçtır?

A) 80 B) 76 C) 70 D) 64 E) 60

5. $54^x = 4$ ise $9^{3x+1} \cdot 4^{x-1}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 9 C) 18 D) 36 E) 40

6. $3 \cdot 2^{a+1} + 2^{a+2} - 5 \cdot 2^{a-1} = 120$ ise a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $(3a - 1)^{2006} = (a + 1)^{2006}$ eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8. $a = 5^{108}$, $b = 4^{144}$ ve $c = 11^{72}$ ise aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $a < b < c$ B) $c < a < b$ C) $b < c < a$
D) $a < c < b$ E) $c < b < a$

9. $7^x = 625$ ve $5^{y+1} = 245$ ise
x . y kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10. $a^3 = 7^{2x+1}$ ve $49.a = 7^{3x-2}$ ise
x kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{13}{7}$ C) 2 D) $\frac{18}{7}$ E) 3

11. $\frac{1 + 2^x}{1 + 2^{-x}} = 4$ ise 2^{x+2} kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

12. $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ve $2^{3a-b} = 3^{2b+6} = 5^{c-4}$ ise
a + b + c toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

13. $(0,04)^{-2} \cdot 5^{x+1} = 125$ eşitliğini sağlayan
x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

14. $5^{-1} \cdot 10^{-2x} = 0,00002$
eşitliğini sağlayan **x kaçtır?**

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. $\frac{3^{x+1} + 3^{x+3}}{9^{y+1} + 9^{y+2}} = \frac{1}{3}$

x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = \frac{y}{2}$ B) $x - y = 3$ C) $x + y = \frac{1}{5}$
D) $x = 2y$ E) $x = y + 2$

1. 9 tane 27'nin çarpımı = 27^9
 27 tane 9'un toplamı = 27.9
 $27^9 = k.27.9$ $(3^3)^9 = k.3^3.3^2$
 $k = \frac{3^{27}}{3^5} = 3^{22}$

YANIT E

2. $25^a = 27 \Rightarrow 5^{2a} = 3^3$ I.
 $9^b = 32 \Rightarrow 3^{2b} = 2^5$ II.
 $8^c = 625 \Rightarrow 2^{3c} = 5^4$ III.

I. den $5^{\frac{2a}{3}} = 3$ II. den $3 = 2^{\frac{5}{2b}}$

$$\left. \begin{array}{l} 5^{\frac{2a}{3}} = 2^{\frac{5}{2b}} \\ 5^4 = 2^{3c} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2a}{3} \cdot 3c = \frac{5}{2b} \cdot 4$$

$$2ac = \frac{10}{b} \Rightarrow$$

$$a \cdot b \cdot c = 5$$

YANIT B

3. $21^x = 42 \Rightarrow 3^x \cdot 7^x = 2 \cdot 3 \cdot 7$
 $3^{x+2} \cdot 7^{x-1} = 3^x \cdot 3^2 \cdot 7^x \cdot 7^{-1}$
 $42 \cdot 9 \cdot \frac{1}{7} = 54$ dir.

$7^{x-1} \cdot 3^{x+2}$ de yerine yazalım
 $\frac{2}{3^{x-1}} \cdot 3^{x+2} = 2 \cdot 3^{x+2-x+1} = 54$

YANIT D

4. $m = \frac{n}{4} \Rightarrow n = 4m$ dir. $m^n = 2^{256}$ da yerine yazalım.
 $m^{4m} = 2^{256}$ $(m^m)^4 = (2^{64})^4 \Rightarrow m^m = 16^{16}$
 $m = 16$ dir. $n = 64$ bulunur. $m + n = 80$

YANIT A

5. $54^x = 4 \Rightarrow 2^x \cdot 27^x = 4$
 $9^{3x+1} \cdot 4^{x-1} = 9^{3x} \cdot 9 \cdot 4^x \cdot 4^{-1}$
 $3^{6x} \cdot 2^{2x} \cdot \frac{9}{4} = (3^{3x} \cdot 2^x)^2 \cdot \frac{9}{4} = 4^2 \cdot \frac{9}{4} = 36$

bulunur.

YANIT D

6. $3 \cdot 2^{a+1} + 2^{a+2} - 5 \cdot 2^{a-1} = 120$

$$6 \cdot 2^a + 4 \cdot 2^a - \frac{5}{2} \cdot 2^a = 120$$

$$\frac{15 \cdot 2^a}{2} = 120 \Rightarrow \frac{2^a}{2} = 8$$

$$2^a = 2^4 \Rightarrow a = 4$$

YANIT D

7. $(3a-1)^{2006} = (a+1)^{2006} \Rightarrow$

$$|3a-1| = |a+1| \text{ dir.}$$

$$3a-1 = a+1 \Rightarrow 2a = 2 \quad a = 1$$

$$3a-1 = -a-1 \Rightarrow 4a = 0 \quad a = 0$$

YANIT C

8. $a = 5^{108}, b = 4^{144}, c = 11^{72}$

108, 144 ve 72'nin EBOB = 36 olduğundan

$$a = (5^3)^{36} = 125^{36}$$

$$b = (4^4)^{36} = 256^{36}$$

$$c = (11^2)^{36} = 121^{36} \text{ bulunur.}$$

O halde; $c < a < b$ dir.

YANIT B

$$9. \quad 7^x = 625, 5^{y+1} = 245$$

$$5^{y+1} = 5 \cdot 7^2 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5^y = 7^2 \\ 5^4 = 7^x \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y = 8$$

YANIT E

$$10. \quad a^3 = 7^{2x+1} \quad \text{ve} \quad 49a = 7^{3x-2}$$

$$a = 7^{\frac{2x+1}{3}} \quad \text{ve} \quad a = \frac{7^{3x-2}}{7^2}$$

$$\frac{7^{\frac{2x+1}{3}}}{7^{\frac{2x+1}{3}}} = 7^{3x-4} \Rightarrow \frac{2x+1}{3} = 3x-4$$

$$9x - 12 = 2x + 1 \quad 7x = 13$$

$$x = \frac{13}{7} \text{ bulunur.}$$

YANIT B

$$11. \quad \frac{1+2^x}{1+2^{-x}} = 4 \Rightarrow 1+2^x = 4+4 \cdot 2^{-x}$$

$$2^x - \frac{4}{2^x} = 3$$

$$2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 4 = 0 \Rightarrow (2^x - 4)(2^x + 1) = 0$$

$$2^x - 4 = 0 \text{ dir. O halde } 2^{x+2} = 2^4 = 16$$

$$\text{bulunur.}$$

YANIT D

$$12. \quad 2^{3a-b} = 3^{2b+6} = 5^{c-4} \text{ ise } 2, 3 \text{ ve } 5 \text{ asal sayı olduklarından } 3a-b=0, 2b+6=0 \text{ ve } c-4=0 \text{ dir.}$$

$$\text{Bu eşitliklerden } b=-3, c=4 \text{ ve } a=-1 \text{ bulunur.}$$

YANIT B

$$13. \quad (0,04)^{-2} \cdot 5^{x+1} = 125 \text{ ise}$$

$$0,04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} = 5^{-2} \text{ dir.}$$

$$(5^{-2})^{-2} \cdot 5^{x+1} = 5^3 \Rightarrow$$

$$5^{x+5} = 5^3 \Rightarrow x+5=3$$

$$x = -2 \text{ dir}$$

YANIT B

$$14. \quad 5^{-1} \cdot 10^{-2x} = 0,00002$$

$$5^{-1} \cdot 2^{-2x} \cdot 5^{-2x} = 2 \cdot 10^{-5}$$

$$5^{-2x-1} \cdot 2^{-2x} = 2^{-4} \cdot 5^{-5}$$

$$5^{-2x+4} \cdot 2^{-2x+4} = 1$$

$$10^{-2x+4} = 1$$

$$-2x+4=0$$

$$x=2 \text{ bulunur.}$$

YANIT A

$$15. \quad \frac{3^{x+1} + 3^{x+3}}{9^{y+1} + 9^{y+2}} = \frac{1}{3}$$

$$3^{x+2} + 3^{x+4} = 3^{2y+2} + 3^{2y+4}$$

$$90 \cdot 3^x = 90 \cdot 3^{2y} \Rightarrow x = 2y \text{ dir.}$$

YANIT D

$$1. \frac{(-2)^3 - (-2^2) + (-2^4)}{-4 - (-2)^4}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) -1

2. $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere

$$(-1)^{2n+4} + (-1)^{2n+1} - (-1)^0 - (-1^0)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -2 E) -4

$$3. (-3)^5 \cdot (-3)^{-4} \cdot (-3)^6$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -3^7 B) -3^5 C) 3^5 D) 3^7 E) 3^{17}

4. 8^{16} sayısının yarısı kaçtır?

- A) 8^8 B) 4^{16} C) 2^{31} D) 2^{47} E) 2^{63}

5. $x \neq 0$ olmak üzere

$$\frac{-x^6 \cdot (-x^2)^3 \cdot (-x^2)^4}{(-x^{-2})^{-4} \cdot (-x^{-1})^{-2}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x^6$ B) x^{10} C) x^{12}
D) x^{14} E) x^{16}

$$6. 2^{x+1} = 10 \text{ ise } 2^{2x+3} \text{ kaçtır?}$$

- A) 100 B) 160 C) 200
D) 240 E) 260

$$7. (0,0081)^{\frac{5}{4}} \cdot 10^5 \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) 3 B) 9 C) 27 D) 81 E) 243

$$8. \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^{-5} \right]^{\frac{2}{5}} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

- A) $\frac{9}{4}$ B) 1 C) $\frac{4}{9}$ D) $-\frac{4}{9}$ E) $-\frac{9}{4}$

$$9. \left(1 - \frac{1}{2} \right)^2 - \left(1 - \frac{1}{3} \right)^{-2} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \right)^{-1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{5}{4}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{4}{5}$
D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

$$10. \frac{0,02 \cdot 10^{-6} + 0,003 \cdot 10^{-5}}{10^{-7}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 5

$$11. \frac{2^{0,4} \cdot 5^{0,4} \cdot 6^{0,4}}{12 \cdot 60^{-0,6}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

$$12. \frac{(0,1)^6 \cdot (0,05)^{-3}}{(0,004)^2 \cdot 4}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10^{-3} B) 2^{-3} C) 5
D) 25 E) 125

$$13. (0,2)^{0,4} \cdot (25)^{0,7} + (0,5)^{0,3} \cdot 8^{1,1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 13 C) 12 D) 10 E) 8

$$14. \frac{2^{-111} + 2^{-113} + 2^{-115}}{5 \cdot 2^{-114} + 2^{-116}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 2 D) 4 E) 8

$$15. [x \cdot (-x^{-2})^3]^{-2}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x^{-10} B) x^{10} C) $-x^{10}$
D) $-x^{-10}$ E) 1

$$16. 9^{x+2} \text{ sayısı } 3^{2x+3} \text{ sayısının kaç katıdır?}$$

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$17. \frac{3^{2002} + 3^{2003}}{3^{2002} - 3^{2001}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 9 E) 12

$$18. \frac{2^{n-5} - 2^{n-3} - 2^{n-1}}{2^{n-4} - 2^{n-2} - 2^n}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 16 B) 4 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{16}$

1. $x = 5^7$ ve $y = 7^5$ ise 35^{35} sayısının x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) x^2y^2 B) x^5y^5 C) x^5y^7
D) x^7y^5 E) x^7y^7
2. $15^a = x$ ve $3^a = y$ ise $(0,008)^a$ nın x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{y^3}{x^3}$ B) $\frac{x^3}{y^3}$ C) $\frac{x^2}{y^3}$
D) $\frac{y}{x^3}$ E) $\frac{y^2}{x^3}$
3. $3^x = a$ ve $5^x = b$ ise 135^x in a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) ab^2 B) a^2b^2 C) ab^3
D) a^3b E) a^2b^3
4. $5^x = 2$ ve $8^x = y^6$ ise 50^x aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $4.y$ B) $2.y^2$ C) $4.y^2$
D) $4.y^3$ E) 4
5. $2^x \cdot 5^y = 20$ ve $2^y \cdot 5^x = 50$ ise $x + y$ toplamı kaçtır?
- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4
6. $5^x = 4$ ve $5^{1-y} = 16$ ise $\frac{y-1}{x}$ kaçtır?
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
7. $10^{n-2} = a$ ve $2^{n+1} = b$ ise 5^{2-n} sayısının a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{5.a}{4.b}$ C) $\frac{8.a}{b}$
D) $\frac{4.b}{5.a}$ E) $\frac{b}{8.a}$
8. $5^x = a$, $2^x = b$ ve $(22,5)^x = c$ ise 3^{4x} in a , b ve c türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{a^2}{b^2 \cdot c^2}$ B) $\frac{b^2 \cdot c^2}{a^2}$ C) $\frac{a \cdot b}{c}$
D) $\frac{a^2}{c^2 \cdot b}$ E) $\frac{b \cdot c}{a}$
9. $m^{-n} = \frac{1}{5}$ ise $(m^{-1-n})^{-2}$ türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-m^2$ B) $3 \cdot m^2$ C) $5 \cdot m$
D) $\frac{m^2}{5}$ E) $25 \cdot m^2$

10. $x = 1 - a^7$ ve $y = \frac{(a^2)^3 + a^{13}}{a^{13}}$ ise
x in y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{y}{y-2}$ B) $\frac{y-1}{y-2}$ C) $\frac{y-2}{y-1}$
D) $\frac{y}{y-1}$ E) $\frac{y+1}{y-1}$

11. $12^{x+1} = 21^x$ ise
 $\frac{7^{x+1}}{4^x}$ kaçtır?

A) 84 B) 72 C) 64 D) 56 E) 48

12. $1 - \frac{1}{16^x} = a$ ve $1 - \frac{1}{4^x} = b$ ise
 $a + b^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) a B) b C) 2.b D) -2.b E) 4.a

13. $3^{x-y} = 12$ ve $3^{2x+y} = 36$ ise
aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $x + 2.y = 1$ B) $x = y$ C) $x = 2.y$
D) $x + y = 1$ E) $x - 2.y = 2$

14. $3^x = 2$ ve $72^y = 81$ ise
x in y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4-y}{5.y}$ B) $\frac{3-2.y}{4.y}$ C) $\frac{4-2.y}{3.y}$
D) $\frac{3+2.y}{4.y}$ E) $\frac{4+2.y}{3.y}$

15. $18^x = 4$ ve $3^a = 8$ ise
x in a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{a+1}$ B) $\frac{1}{a+2}$ C) $\frac{a}{a+6}$
D) $\frac{2.a}{a+6}$ E) $\frac{6.a}{a+2}$

16. $6^{x-1} = a$ ve $9^{x+1} = b^2$ ise
 2^x in a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{9.a}{b}$ B) $\frac{12.a}{b}$ C) $\frac{18.a}{b}$
D) $\frac{24.a}{b}$ E) $\frac{27.a}{b}$

17. $x = 16^5 \cdot 125^6$ ise
x kaç basamaklıdır?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

18. $(3a - 4)^4 = a^4$ ise
a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 3 E) 5

AKILLI HARİTAM

KÖKLÜ SAYILAR

Tanım

Dört işlem

Gizli Tam Kare

KÖKLÜ SAYILAR

$n \geq 2$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere

$b^n = a$ eşitliğini sağlayan b sayısına a n'ın

n . dereceden kökü denir ve

$b = \sqrt[n]{a}$ şeklinde gösterilir. $n = 2$ ise $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$ yazılır.

“Karekök a ” şeklinde okunur.

Bilgi Kutusu

$\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$ olabilmesi için

1) n tek sayı ise $\forall a \in \mathbb{R}$ için $\sqrt[n]{a}$ reeldir.

2) n çift sayı ise $a \geq 0$ için $\sqrt[n]{a}$ reeldir.

$\sqrt[4]{-2} \notin \mathbb{R}$, $\sqrt[3]{-2} \in \mathbb{R}$ dir.

Örnek

$$\frac{x + y + \sqrt{3x - 2 - y} - \sqrt{y - 3x + 2}}{2y - 8x + 5}$$

İfadesinin değeri bir reel sayı ise bu reel sayı kaçtır?

Çözüm

İfadenin reel sayı olması için

$3x - y - 2 \geq 0$ ve $y - 3x + 2 \geq 0$ olmalıdır.

Buradan $3x - y \geq 2$ ve $3x - y \leq 2$ olur. O halde

$3x - y = 2$ olmalıdır.

$y = 3x - 2$ koyalım.

$$\begin{aligned} \frac{x + 3x - 2}{2(3x - 2) - 8x + 5} &= \frac{4x - 2}{6x - 4 - 8x + 5} \\ &= \frac{2(2x - 1)}{-2x + 1} = \frac{2(2x - 1)}{-(2x - 1)} \\ &= -2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Köklü Sayılarda Dört İşlem Ve Özellikler

1.

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & n \text{ tek ise} \\ |a|, & n \text{ çift ise} \end{cases}$$

Örnek $\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

$\sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2$ olur.

UYARI

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a \quad (\forall a \in \mathbb{R} \text{ için})$$

$$\left(\sqrt[3]{3}\right)^3 = 3, \left(\sqrt[5]{-2}\right)^5 = -2, \left(\sqrt[4]{-2}\right)^4 = -2$$

Örnek

$$\frac{\sqrt[3]{(-2)^3} + \sqrt{(-5)^2} + (\sqrt{-4})^2}{\sqrt[4]{(-5)^4} + (\sqrt[3]{-7})^3}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\sqrt[3]{(-2)^3} = -2, \sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$$

$$(\sqrt{-4})^2 = -4, \sqrt[4]{(-5)^4} = |-5| = 5,$$

$$(\sqrt[3]{-7})^3 = -7 \text{ olduğundan soruda yerlerine yazarsak}$$

$$= \frac{-2 + 5 - 4}{5 - 7} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt[3]{(1-\sqrt{3})^3} + (\sqrt[4]{1-\sqrt{3}})^4 + \sqrt{3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned}\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} &= |1-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-1 \\ \sqrt[3]{(1-\sqrt{3})^3} &= 1-\sqrt{3}, (\sqrt[4]{1-\sqrt{3}})^4 = 1-\sqrt{3}\end{aligned}$$

olduğundan soruda yerlerine yazarsak
 $= \sqrt{3}-1 + 1-\sqrt{3} + 1-\sqrt{3} + \sqrt{3}$
 $= 1$ bulunur.

2. Toplama - Çıkarma

Kök dereceleri ve kök içleri aynı olan köklü ifadelerin katsayıları toplanır ya da çıkarılır.

$$x \cdot \sqrt[n]{a} + y \cdot \sqrt[n]{a} = (x+y) \cdot \sqrt[n]{a}$$

Örnek: $2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = (2-3+5)\sqrt{5}$
 $= 4\sqrt{5}$ bulunur.

Örnek

$$\sqrt[3]{-32} - \sqrt[3]{-108}$$

işlemin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{-8 \cdot 4} - \sqrt[3]{-27 \cdot 4} &= \sqrt[3]{(-2)^3 \cdot 4} - \sqrt[3]{(-3)^3 \cdot 4} \\ &= -2\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

3. Çarpma

Kök dereceleri aynı olan köklü ifadelerde kök içleri çarpılır.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Örnek: $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{3 \cdot 9 \cdot 16} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2^3 \cdot 2} = 3 \cdot 2 \sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{2}$ bulunur.

4. Bölme

Kök dereceleri aynı olan köklü ifadelerde kök içleri bölünür.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

Örnek: $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3$ bulunur.

UYARI

Çarpma bölme işlemi yapılırken kök dereceleri eşit değilse **EKOK** ları bulunarak kök dereceleri eşitlenir.

5.

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

Örnek: $\sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$ bulunur.

UYARI

Kök içinde negatif bir sayı varsa kök derecesi çift sayı ile genişletildiğinde önce (-) kök dışına alınır.

$$\sqrt[3]{-5} = -\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{3\sqrt{5^2}} = -\sqrt[6]{25} \text{ olur.}$$

6.

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n \cdot a}$$

Örnek

$$\sqrt[8]{8^3 \sqrt[4]{4} \sqrt{2}} = \sqrt[8]{2^x} \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

Çözüm

$$\sqrt[8]{8^3 \sqrt[4]{4} \sqrt{2}} = \sqrt[8]{2^x}$$

$$\sqrt[6]{8^3 \cdot 4 \sqrt{2}} = \sqrt[8]{2^x} \Rightarrow \sqrt[6]{2^{11} \cdot 4 \sqrt{2}} = \sqrt[8]{2^x}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$2^9 \quad 2^2$$

$$\Rightarrow \sqrt[24]{(2^{11})^4 \cdot 2} = \sqrt[8]{2^x} \Rightarrow \sqrt[24]{2^{45}} = \sqrt[8]{2^{3x}}$$

$$2^{45} = 2^{3x} \Rightarrow 3x = 45 \Rightarrow x = 15 \text{ bulunur.}$$

UYARI

Negatif katsayıyı kök içine almak için (-) kök dışında bırakılır.

$$-3 \sqrt[4]{3} = -\sqrt[4]{3^4 \cdot 3} = -\sqrt[4]{3^5} \text{ olur.}$$

7.

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$$

Örnek: $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$, $\sqrt[5]{x^3} = x^{\frac{3}{5}}$

Örnek

$$\sqrt{2\sqrt{2}\sqrt{2}} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

Çözüm

$$\sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}} = \sqrt[4]{2^3 \cdot \sqrt{2}}$$

$$= \sqrt[8]{(2^3)^2 \cdot 2} = \sqrt[8]{2^6 \cdot 2}$$

$$= \sqrt[8]{2^7} = 2^{\frac{7}{8}}$$

Aşağıdaki soruların doğru veya yanlış olduklarını karşılardaki kutulara işaretleyiniz.

1. $\sqrt{81}$ sayısı irrasyoneldir.
2. $\sqrt{-25}$ gerçek sayı değildir.
3. $\sqrt[3]{-7}$ gerçek sayı değildir.
4. $\sqrt{128} + \sqrt[4]{4} - \sqrt{50}$ işleminin sonucu $3\sqrt{2}$ dir.
5. $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5}$ işlemin sonucu $\sqrt[6]{25}$ dir.
6. $\sqrt{(-7)^2} - \sqrt[3]{(-5)^3} + \sqrt[6]{(-6)^6}$ işleminin sonucu 15 dir.
7. $\sqrt{x-4} + \sqrt[3]{1-x}$ toplamının sonucu bir gerçek sayı ise x'in en küçük değeri için sonuç $-\sqrt[3]{-3}$ dür.
8. $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{24}}$ işlemin sonucu $\sqrt[3]{12}$ dir.
9. $\sqrt[3]{3\sqrt{2}}$ işlemin sonucu $\sqrt[3]{12}$ dir.
10. $2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{3}$ işlemin sonucu $\sqrt[6]{6}$ dir.

Gizli Tam Kare

$\sqrt{a \pm b\sqrt{c}}$ ifadesinde b çift sayı ise :

$b\sqrt{c}$ yi ikiye böl: $\frac{b}{2}\sqrt{c}$, çarpanlara ayır : $\frac{b}{2}$ ile \sqrt{c}

karelerini al ve topla.

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 + (\sqrt{c})^2 = \frac{b^2}{4} + c = a \text{ ise}$$

$\frac{b}{2} > \sqrt{c}$ olmak üzere

$$\sqrt{a \pm b\sqrt{c}} = \sqrt{\left(\frac{b}{2} \pm \sqrt{c}\right)^2} = \frac{b}{2} \pm \sqrt{c} \text{ dir.}$$

UYARI

Gizli tam kare ifadede b çift değilse kökün içi 2 ile genişletilerek b çift yapılır.

Örnek

$$\sqrt{7 - 2\sqrt{12}} = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\left[4\sqrt{3} \rightarrow 2\sqrt{3} \begin{cases} 2 \\ \sqrt{3} \end{cases} 2^2 + (\sqrt{3})^2 = 7 \right]$$

Çözüm

$$\sqrt{5 + \sqrt{24}} = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\left[2\sqrt{6} \rightarrow \sqrt{6} \begin{cases} \sqrt{3} \\ \sqrt{2} \end{cases} (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 = 5 \right]$$

Örnek

$$(\sqrt{7}-1) \cdot \sqrt{4+\sqrt{7}} \cdot \sqrt{2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Eşlenik İfadeler

Çarpımları rasyonel olan iki irrasyonel ifadeden herbirine diğerinin **eşleniği** denir.

1. $n \geq 2$ olmak üzere

$$\sqrt[n]{a} \text{ n'ın eşleniği } \sqrt[n]{a^{n-1}} \text{ dir.}$$

$$\sqrt{a} \text{ n'ın eşleniği } \sqrt{a}$$

$$\sqrt[3]{a} \text{ n'ın eşleniği } \sqrt[3]{a^2} \text{ dir.}$$

2. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ nin eşleniği $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ dir.

$$\begin{aligned} (\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b}) &= (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 \\ &= a - b \end{aligned}$$

Örnek

$$\frac{2}{2-\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}-1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$\sqrt{4+\sqrt{7}}$ ifadesini $\sqrt{2}$ ile çarparsak

$$\sqrt{8+2\sqrt{7}} \text{ olur.}$$

$8 + 2\sqrt{7} = (\sqrt{7} + 1)^2$ olduğundan soruda yerine yazarsak

$$\downarrow$$

$$\sqrt{7}$$

$$\sqrt{7} - 1 \Rightarrow (\sqrt{7})^2 + 1^2 = 8 \text{ olduğundan}$$

$$(\sqrt{7} - 1) \cdot (\sqrt{7} + 1) = 7 - 1 = 6 \text{ bulunur.}$$

Çözüm

birinci kesri $(2 + \sqrt{3})$ ile, ikinci kesri, $(-1 - \sqrt{3})$ ile genişletelim

$$= \frac{2(2+\sqrt{3})}{4-3} - \frac{4(-1-\sqrt{3})}{1-3}$$

$$= 4 + 2\sqrt{3} + 2(-1 - \sqrt{3})$$

$$= 4 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3}$$

$$= 2 \text{ bulunur.}$$

Örnek

$\sqrt{5 + \sqrt{20 + \sqrt{7}}} \cdot \sqrt{5 - \sqrt{20 + \sqrt{7}}} \cdot \sqrt{5 + \sqrt{7}}$
işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\sqrt{5 + \sqrt{20 + \sqrt{7}}} \cdot \sqrt{5 - \sqrt{20 + \sqrt{7}}} \cdot \sqrt{5 + \sqrt{7}} =$$

$$\underbrace{\sqrt{(5 + \sqrt{20 + \sqrt{7}})(5 - \sqrt{20 + \sqrt{7}})}}_{\text{eşlenik}} \cdot \sqrt{5 + \sqrt{7}} =$$

$$\sqrt{5^2 - (\sqrt{20 + \sqrt{7}})^2} \cdot \sqrt{5 + \sqrt{7}} =$$

$$\sqrt{25 - 20 - \sqrt{7}} \cdot \sqrt{5 + \sqrt{7}} =$$

$$\sqrt{5 - \sqrt{7}} \cdot \sqrt{5 + \sqrt{7}} = \sqrt{(5 - \sqrt{7})(5 + \sqrt{7})}$$

$$\sqrt{25 - 7} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

Paydanın Rasyonel Yapılması İşlemi

Paydanın rasyonel yapılması demek paydadaki köklü ifadenin kaldırılması demektir. Bunun için ifadeyi paydanın eşleniği ile genişletmek gerekir.

Örnek

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ kesrinin pay ve paydası $\sqrt{3}$ ile çarpılırsa,

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$ kesrinin paydasını rasyonel yapmak için

$\sqrt[4]{5^3}$ ile genişletirsek

$$\frac{1}{\sqrt[4]{5}} = \frac{1}{\sqrt[4]{5}} \cdot \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^3}} = \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^4}} = \frac{\sqrt[4]{125}}{5} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$\frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ kesrinin paydasını rasyonel yapmak için pay ve payda $\sqrt{7} + \sqrt{3}$ ile çarpılır.

$$\frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})4}{7 - 3}$$

$$= \sqrt{7} + \sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

KÖKLÜ SAYILARDA SIRALAMA

Köklü sayılarda sıralama yapılırken önce kök dereceleri eşitlenir daha sonra kök içindeki sayılara göre sıralama yapılır.

$$a < b < c \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} < \sqrt[n]{c} \text{ dir.}$$

1. $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{4}{27}} - \sqrt{\frac{25}{48}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 D) $\frac{7\sqrt{3}}{20}$ E) $\frac{5\sqrt{3}}{36}$

2. $\frac{2}{\sqrt[5]{8}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2^{-5} B) $2^{-\frac{2}{5}}$ C) $2^{-\frac{1}{5}}$
 D) $2^{\frac{1}{5}}$ E) $2^{\frac{2}{5}}$

3. $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}} + 2\sqrt{3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{3}$
 D) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ E) $2 - \sqrt{3}$

4. $\frac{2}{3-\sqrt{5}} - \frac{1}{3+\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{5}-1}{4}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $5\sqrt{3}$ B) 4 C) 3 D) 1 E) -2

5. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) 5 C) $\frac{7}{3}$
 D) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ E) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

6. $2\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}+1} - \frac{4}{\sqrt{2}-1}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$
 D) -4 E) -6

7. $\sqrt{33+4\sqrt{29}} - \sqrt{33-4\sqrt{29}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 7 C) 13 D) 29 E) 33

8. $x > 1$ olmak üzere

$\sqrt{x} + x = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ ise x kaçtır?

- A) 1,5 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $A = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1}$ ise $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2} - 1}$

ifadesinin A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{3}A}{2}$ B) 3.A C) 3.A - 2
D) 2(A - 1) E) $\frac{\sqrt{2}A}{3}$

10. $\frac{x}{\sqrt{x}-1} + \frac{x}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} = 6$ ise **x kaçtır?**

- A) 3 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

11. $\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{2}{3}} = 4$ ise, $\frac{4 \cdot \sqrt[4]{x\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{\frac{1}{x}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $8\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) 2

12. $\sqrt{2 \cdot \sqrt[4]{(2-\sqrt{3})^3} \cdot (2+\sqrt{3})^5}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3} + 1$
D) $\sqrt{2} + 1$ E) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

13. $\sqrt[4]{(1-\sqrt{3})^4} - \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt[3]{-8}$

işlemin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $-2\sqrt{3}$ D) -2 E) -4

14. $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \sqrt{3} + \sqrt{6}$ işlemin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{3} - 1$ B) $3 + \sqrt{3}$ C) $3 + \sqrt{2}$
D) $2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{6}$

15. $a = 3\sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{3}$ ve $c = \sqrt{15}$ ise

a, b, c sayıları arasındaki doğru sıralama aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $b < c < a$ C) $c < a < b$
D) $b < a < c$ E) $a < c < b$

$$1. \quad \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{3\sqrt{3}} - \frac{5}{4\sqrt{3}} = \frac{12+8-15}{12\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5}{12\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{36}$$

YANIT E

$$2. \quad \frac{2}{5\sqrt{2^3}} \text{ kesrini } 5\sqrt{2^2} \text{ ile genişletelim}$$

$$= \frac{2 \cdot 5\sqrt{2^2}}{2} = 5\sqrt{2^2} = 2^{\frac{2}{5}}$$

YANIT E

$$3. \quad \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}} + 2\sqrt{3} =$$

$$\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} - \frac{5\sqrt{5}}{5} + 2\sqrt{3} =$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

YANIT C

$$4. \quad \frac{2}{3-\sqrt{5}} - \frac{1}{3+\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{5}-1}{4} =$$

$$\frac{2(3+\sqrt{5})}{4} - \frac{3-\sqrt{5}}{4} - \frac{3\sqrt{5}-1}{4} =$$

$$\frac{6+2\sqrt{5}-3+\sqrt{5}-3\sqrt{5}+1}{4} = 1$$

YANIT D

$$5. \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} =$$

$$\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{2}) + \sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3} =$$

$$\frac{5-\sqrt{10}+\sqrt{10}+2}{3} = \frac{7}{3}$$

YANIT C

$$6. \quad 2\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}+1} - \frac{4}{\sqrt{2}-1} =$$

$$2\sqrt{2} + 2(\sqrt{2}-1) - 4(\sqrt{2}+1) =$$

$$2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2 - 4\sqrt{2} - 4 = -6$$

YANIT E

$$7. \quad \sqrt{33 \mp 4\sqrt{29}} = \sqrt{(\sqrt{29} \mp 2)^2} = \sqrt{29} \mp 2$$

$$\downarrow$$

$$\frac{2\sqrt{29}}{2\sqrt{29}} \quad 2^2 + (\sqrt{29})^2 = 33$$

$$= \sqrt{29} + 2 - \sqrt{29} + 2 = 4$$

YANIT A

$$8. \quad \sqrt{x} + x = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \quad \text{ise}$$

$$\sqrt{x}(1+\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \Rightarrow$$

$$x-1=1 \Rightarrow x=2$$

YANIT B